**AStar：数字华容道实验报告**

Kotoricyann

项目Github：https://github.com/Kotoricyann/RUC-AI-Course

1. **问题定义**

数字华容道问题是让打乱的N\*N-1个连续数字在N\*N的方阵中移动，最终实现按顺序排列，空格在右下角的问题。

起始状态如下图所示



该图片展示的是一个3\*3的数字华容道问题，棋盘上有一个空位，8个数字，数字可以挪到空位上，通过移动棋子，让棋盘上的数字有序排列，最终达到下图的格式：



该问题可以看作是一个搜索问题，搜索空间是棋盘全部出现的可能情况。有些情况是不可能有解的，比如下面这种情况：

1. 2 3

4 5 6

8 7

如上这种情况是不可解的，因为数字排列的逆序数为奇数。为了避免这种情况，在生成初始状态的时候需要保证逆序数为偶数。

1. **算法概要**

Astar（A\*）算法是一种启发式直接搜索算法，最初被用于静态路网中求解最短路径，也被用于解决许多搜索问题。算法中的距离估算值与实际值越接近，最终搜索速度越快。对于给定的状态x距离估计值f(x)由两部分组成：距离起始情况的距离g(x)，与距离最终情况的距离h(x)。f(x)=g(x)+h(x)。其中h(x)是状态x距离最终状态真实距离的下限，即h(x)小于等于状态x距离最终状态真实距离。h(x)越接近真实距离，搜索速度越快，搜索范围越小。离真实距离越远，搜索速度越慢，搜索范围越广。

在本题中，g(x)的可以定义为搜索状态的所在层数，也就是起始状态到本状态的步数。h(x)可以有如下两种定义：

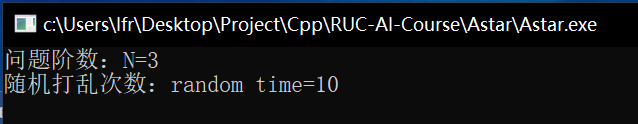
1. 定义为不在位数字数；
2. 定义为每个节点到最终状态距离的步数和。

可见第二种定义计算出的评分会比第一种更大，第二种也更接近真实距离。所以本实现采用了第二种定义方法。算法具体的伪代码如下：

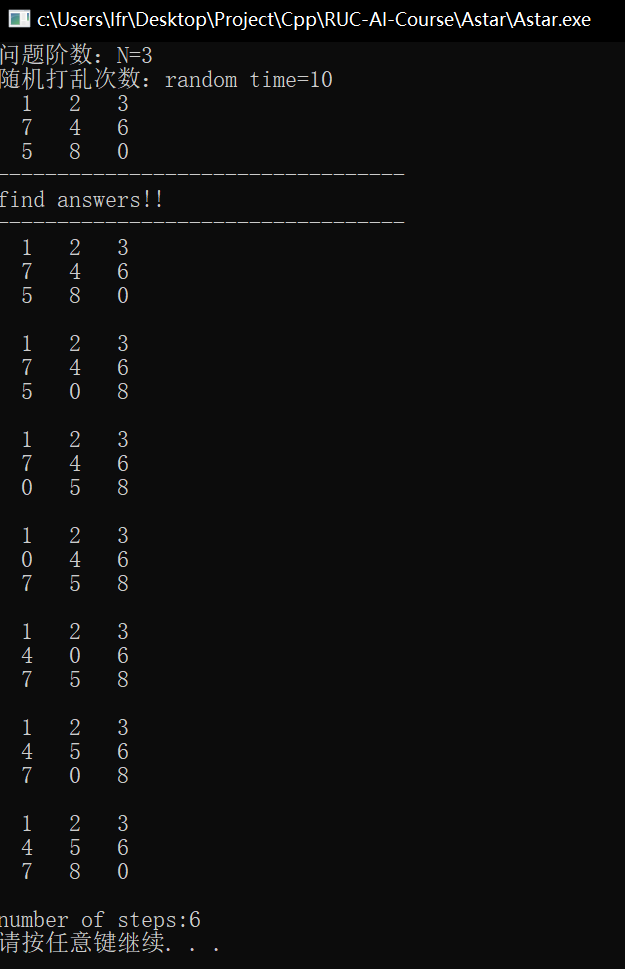
1. 随机生成起始起始状态a
2. 将起始状态a加入到openSet中（openSet为以评分函数为标准的优先队列）
3. While（！openSet为空）
4. x = openSet.top()
5. closeSet.insert(x)
6. 检查x的派生是否为最终状态，如果是返回结果并在closeSet中回溯寻找解题路径；否则，若该派生不在closeSet中则计算其评分并加入到openSet中。
7. **结果展示**

程序可以求解任意阶的数字华容道问题。程序利用C++实现，利用到了STL及智能指针等工具，并将棋盘状态抽象为Status类，将问题解决抽象为Astar类。利用vector实现状态存储，利用set实现closeSet，利用queue实现openSet。

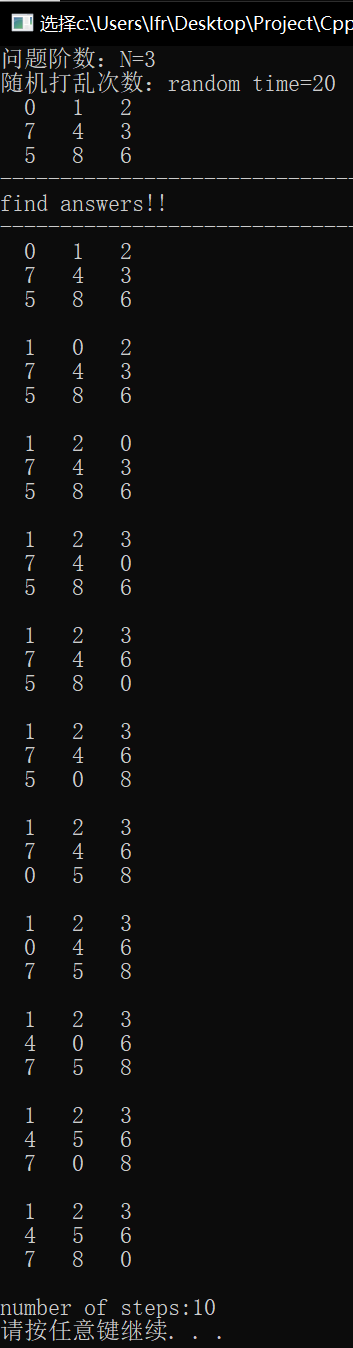
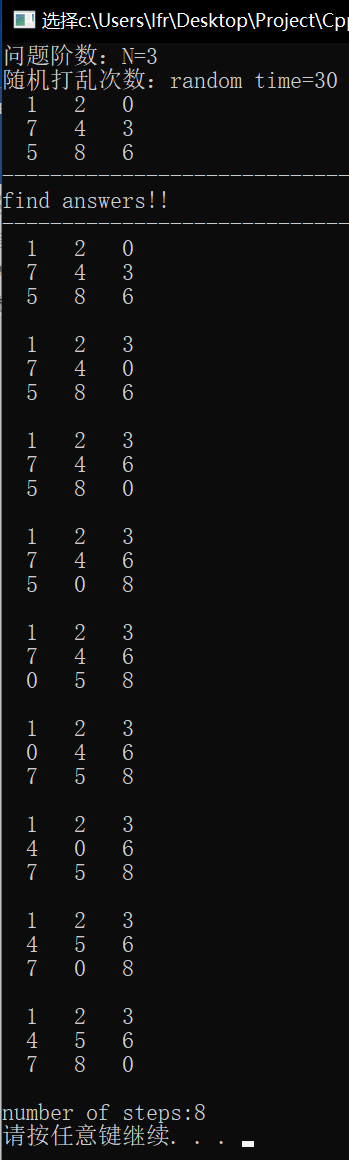
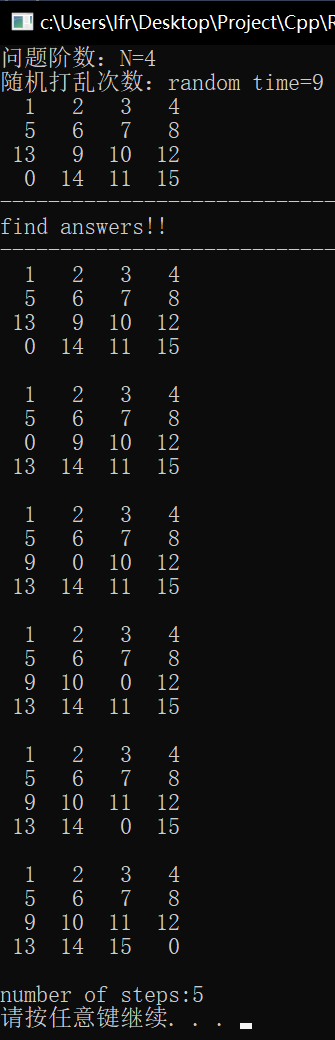
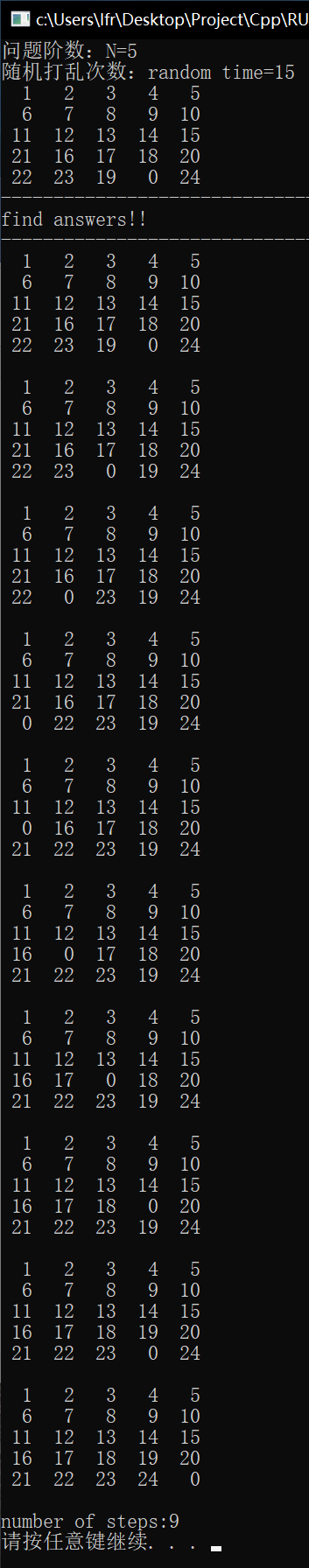
首先需要输入问题阶数以及打乱次数:



随后程序会随机打乱棋盘，再进行求解。因为随机打乱可能会出现往复运动，所以最终结果求得路径长度一定小于打乱次数。最终结果如下：



额外四个示例：

1. **附加题**

如何让程序在具有多于n个解的情况下输出前n个最优解？

首先需要程序在找到某一个最优解后继续运行下去，直到找到n个最优解后返回。其次，可以通过减小h(x)来扩大搜索范围。

减小h(x)主要有以下两种思路：

1. 直接令h(x)=0。这种情况仍然满足Astar算法的要求，但是此时算法退化为BFS，肯定可以找到前n个最优解。
2. 先寻找到一个较大，较为接近真实情况的h(x)，再在这个h(x)的基础上按照一定规则缩小到适当情况，保证搜索的范围足够大，可以较快找到n个最优解。

此外，就算按照本文给出的h(x)一直计算下去，肯定也会搜索到n个最优解，但是速度较慢。不如新提出的两种办法快。

1. **附录**

问题阶数：N=8

随机打乱次数：random time=100

共52步复原

1 3 11 4 5 6 7 8

18 9 2 12 13 14 15 16

17 10 27 19 21 22 23 24

33 25 26 20 29 30 31 32

41 34 35 28 36 38 39 40

50 49 43 44 37 45 54 56

0 42 51 60 52 46 53 47

57 58 59 61 62 55 63 48

----------------------------------

find answers!!

----------------------------------

1 3 11 4 5 6 7 8

18 9 2 12 13 14 15 16

17 10 27 19 21 22 23 24

33 25 26 20 29 30 31 32

41 34 35 28 36 38 39 40

50 49 43 44 37 45 54 56

0 42 51 60 52 46 53 47

57 58 59 61 62 55 63 48

1 3 11 4 5 6 7 8

18 9 2 12 13 14 15 16

17 10 27 19 21 22 23 24

33 25 26 20 29 30 31 32

41 34 35 28 36 38 39 40

0 49 43 44 37 45 54 56

50 42 51 60 52 46 53 47

57 58 59 61 62 55 63 48

1 3 11 4 5 6 7 8

18 9 2 12 13 14 15 16

17 10 27 19 21 22 23 24

33 25 26 20 29 30 31 32

41 34 35 28 36 38 39 40

49 0 43 44 37 45 54 56

50 42 51 60 52 46 53 47

57 58 59 61 62 55 63 48

1 3 11 4 5 6 7 8

18 9 2 12 13 14 15 16

17 10 27 19 21 22 23 24

33 25 26 20 29 30 31 32

41 34 35 28 36 38 39 40

49 42 43 44 37 45 54 56

50 0 51 60 52 46 53 47

57 58 59 61 62 55 63 48

1 3 11 4 5 6 7 8

18 9 2 12 13 14 15 16

17 10 27 19 21 22 23 24

33 25 26 20 29 30 31 32

41 34 35 28 36 38 39 40

49 42 43 44 37 45 54 56

0 50 51 60 52 46 53 47

57 58 59 61 62 55 63 48

1 3 11 4 5 6 7 8

18 9 2 12 13 14 15 16

17 10 27 19 21 22 23 24

33 25 26 20 29 30 31 32

41 34 35 28 36 38 39 40

0 42 43 44 37 45 54 56

49 50 51 60 52 46 53 47

57 58 59 61 62 55 63 48

1 3 11 4 5 6 7 8

18 9 2 12 13 14 15 16

17 10 27 19 21 22 23 24

33 25 26 20 29 30 31 32

0 34 35 28 36 38 39 40

41 42 43 44 37 45 54 56

49 50 51 60 52 46 53 47

57 58 59 61 62 55 63 48

1 3 11 4 5 6 7 8

18 9 2 12 13 14 15 16

17 10 27 19 21 22 23 24

0 25 26 20 29 30 31 32

33 34 35 28 36 38 39 40

41 42 43 44 37 45 54 56

49 50 51 60 52 46 53 47

57 58 59 61 62 55 63 48

1 3 11 4 5 6 7 8

18 9 2 12 13 14 15 16

0 10 27 19 21 22 23 24

17 25 26 20 29 30 31 32

33 34 35 28 36 38 39 40

41 42 43 44 37 45 54 56

49 50 51 60 52 46 53 47

57 58 59 61 62 55 63 48

1 3 11 4 5 6 7 8

0 9 2 12 13 14 15 16

18 10 27 19 21 22 23 24

17 25 26 20 29 30 31 32

33 34 35 28 36 38 39 40

41 42 43 44 37 45 54 56

49 50 51 60 52 46 53 47

57 58 59 61 62 55 63 48

1 3 11 4 5 6 7 8

9 0 2 12 13 14 15 16

18 10 27 19 21 22 23 24

17 25 26 20 29 30 31 32

33 34 35 28 36 38 39 40

41 42 43 44 37 45 54 56

49 50 51 60 52 46 53 47

57 58 59 61 62 55 63 48

1 3 11 4 5 6 7 8

9 2 0 12 13 14 15 16

18 10 27 19 21 22 23 24

17 25 26 20 29 30 31 32

33 34 35 28 36 38 39 40

41 42 43 44 37 45 54 56

49 50 51 60 52 46 53 47

57 58 59 61 62 55 63 48

1 3 0 4 5 6 7 8

9 2 11 12 13 14 15 16

18 10 27 19 21 22 23 24

17 25 26 20 29 30 31 32

33 34 35 28 36 38 39 40

41 42 43 44 37 45 54 56

49 50 51 60 52 46 53 47

57 58 59 61 62 55 63 48

1 0 3 4 5 6 7 8

9 2 11 12 13 14 15 16

18 10 27 19 21 22 23 24

17 25 26 20 29 30 31 32

33 34 35 28 36 38 39 40

41 42 43 44 37 45 54 56

49 50 51 60 52 46 53 47

57 58 59 61 62 55 63 48

1 2 3 4 5 6 7 8

9 0 11 12 13 14 15 16

18 10 27 19 21 22 23 24

17 25 26 20 29 30 31 32

33 34 35 28 36 38 39 40

41 42 43 44 37 45 54 56

49 50 51 60 52 46 53 47

57 58 59 61 62 55 63 48

1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12 13 14 15 16

18 0 27 19 21 22 23 24

17 25 26 20 29 30 31 32

33 34 35 28 36 38 39 40

41 42 43 44 37 45 54 56

49 50 51 60 52 46 53 47

57 58 59 61 62 55 63 48

1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12 13 14 15 16

0 18 27 19 21 22 23 24

17 25 26 20 29 30 31 32

33 34 35 28 36 38 39 40

41 42 43 44 37 45 54 56

49 50 51 60 52 46 53 47

57 58 59 61 62 55 63 48

1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12 13 14 15 16

17 18 27 19 21 22 23 24

0 25 26 20 29 30 31 32

33 34 35 28 36 38 39 40

41 42 43 44 37 45 54 56

49 50 51 60 52 46 53 47

57 58 59 61 62 55 63 48

1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12 13 14 15 16

17 18 27 19 21 22 23 24

25 0 26 20 29 30 31 32

33 34 35 28 36 38 39 40

41 42 43 44 37 45 54 56

49 50 51 60 52 46 53 47

57 58 59 61 62 55 63 48

1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12 13 14 15 16

17 18 27 19 21 22 23 24

25 26 0 20 29 30 31 32

33 34 35 28 36 38 39 40

41 42 43 44 37 45 54 56

49 50 51 60 52 46 53 47

57 58 59 61 62 55 63 48

1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12 13 14 15 16

17 18 0 19 21 22 23 24

25 26 27 20 29 30 31 32

33 34 35 28 36 38 39 40

41 42 43 44 37 45 54 56

49 50 51 60 52 46 53 47

57 58 59 61 62 55 63 48

1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12 13 14 15 16

17 18 19 0 21 22 23 24

25 26 27 20 29 30 31 32

33 34 35 28 36 38 39 40

41 42 43 44 37 45 54 56

49 50 51 60 52 46 53 47

57 58 59 61 62 55 63 48

1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12 13 14 15 16

17 18 19 20 21 22 23 24

25 26 27 0 29 30 31 32

33 34 35 28 36 38 39 40

41 42 43 44 37 45 54 56

49 50 51 60 52 46 53 47

57 58 59 61 62 55 63 48

1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12 13 14 15 16

17 18 19 20 21 22 23 24

25 26 27 28 29 30 31 32

33 34 35 0 36 38 39 40

41 42 43 44 37 45 54 56

49 50 51 60 52 46 53 47

57 58 59 61 62 55 63 48

1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12 13 14 15 16

17 18 19 20 21 22 23 24

25 26 27 28 29 30 31 32

33 34 35 36 0 38 39 40

41 42 43 44 37 45 54 56

49 50 51 60 52 46 53 47

57 58 59 61 62 55 63 48

1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12 13 14 15 16

17 18 19 20 21 22 23 24

25 26 27 28 29 30 31 32

33 34 35 36 37 38 39 40

41 42 43 44 0 45 54 56

49 50 51 60 52 46 53 47

57 58 59 61 62 55 63 48

1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12 13 14 15 16

17 18 19 20 21 22 23 24

25 26 27 28 29 30 31 32

33 34 35 36 37 38 39 40

41 42 43 44 45 0 54 56

49 50 51 60 52 46 53 47

57 58 59 61 62 55 63 48

1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12 13 14 15 16

17 18 19 20 21 22 23 24

25 26 27 28 29 30 31 32

33 34 35 36 37 38 39 40

41 42 43 44 45 54 0 56

49 50 51 60 52 46 53 47

57 58 59 61 62 55 63 48

1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12 13 14 15 16

17 18 19 20 21 22 23 24

25 26 27 28 29 30 31 32

33 34 35 36 37 38 39 40

41 42 43 44 45 54 56 0

49 50 51 60 52 46 53 47

57 58 59 61 62 55 63 48

1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12 13 14 15 16

17 18 19 20 21 22 23 24

25 26 27 28 29 30 31 32

33 34 35 36 37 38 39 40

41 42 43 44 45 54 56 47

49 50 51 60 52 46 53 0

57 58 59 61 62 55 63 48

1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12 13 14 15 16

17 18 19 20 21 22 23 24

25 26 27 28 29 30 31 32

33 34 35 36 37 38 39 40

41 42 43 44 45 54 56 47

49 50 51 60 52 46 53 48

57 58 59 61 62 55 63 0

1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12 13 14 15 16

17 18 19 20 21 22 23 24

25 26 27 28 29 30 31 32

33 34 35 36 37 38 39 40

41 42 43 44 45 54 56 47

49 50 51 60 52 46 53 48

57 58 59 61 62 55 0 63

1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12 13 14 15 16

17 18 19 20 21 22 23 24

25 26 27 28 29 30 31 32

33 34 35 36 37 38 39 40

41 42 43 44 45 54 56 47

49 50 51 60 52 46 53 48

57 58 59 61 62 0 55 63

1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12 13 14 15 16

17 18 19 20 21 22 23 24

25 26 27 28 29 30 31 32

33 34 35 36 37 38 39 40

41 42 43 44 45 54 56 47

49 50 51 60 52 46 53 48

57 58 59 61 0 62 55 63

1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12 13 14 15 16

17 18 19 20 21 22 23 24

25 26 27 28 29 30 31 32

33 34 35 36 37 38 39 40

41 42 43 44 45 54 56 47

49 50 51 60 52 46 53 48

57 58 59 0 61 62 55 63

1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12 13 14 15 16

17 18 19 20 21 22 23 24

25 26 27 28 29 30 31 32

33 34 35 36 37 38 39 40

41 42 43 44 45 54 56 47

49 50 51 0 52 46 53 48

57 58 59 60 61 62 55 63

1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12 13 14 15 16

17 18 19 20 21 22 23 24

25 26 27 28 29 30 31 32

33 34 35 36 37 38 39 40

41 42 43 44 45 54 56 47

49 50 51 52 0 46 53 48

57 58 59 60 61 62 55 63

1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12 13 14 15 16

17 18 19 20 21 22 23 24

25 26 27 28 29 30 31 32

33 34 35 36 37 38 39 40

41 42 43 44 0 54 56 47

49 50 51 52 45 46 53 48

57 58 59 60 61 62 55 63

1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12 13 14 15 16

17 18 19 20 21 22 23 24

25 26 27 28 29 30 31 32

33 34 35 36 37 38 39 40

41 42 43 44 54 0 56 47

49 50 51 52 45 46 53 48

57 58 59 60 61 62 55 63

1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12 13 14 15 16

17 18 19 20 21 22 23 24

25 26 27 28 29 30 31 32

33 34 35 36 37 38 39 40

41 42 43 44 54 46 56 47

49 50 51 52 45 0 53 48

57 58 59 60 61 62 55 63

1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12 13 14 15 16

17 18 19 20 21 22 23 24

25 26 27 28 29 30 31 32

33 34 35 36 37 38 39 40

41 42 43 44 54 46 56 47

49 50 51 52 45 53 0 48

57 58 59 60 61 62 55 63

1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12 13 14 15 16

17 18 19 20 21 22 23 24

25 26 27 28 29 30 31 32

33 34 35 36 37 38 39 40

41 42 43 44 54 46 0 47

49 50 51 52 45 53 56 48

57 58 59 60 61 62 55 63

1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12 13 14 15 16

17 18 19 20 21 22 23 24

25 26 27 28 29 30 31 32

33 34 35 36 37 38 39 40

41 42 43 44 54 0 46 47

49 50 51 52 45 53 56 48

57 58 59 60 61 62 55 63

1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12 13 14 15 16

17 18 19 20 21 22 23 24

25 26 27 28 29 30 31 32

33 34 35 36 37 38 39 40

41 42 43 44 0 54 46 47

49 50 51 52 45 53 56 48

57 58 59 60 61 62 55 63

1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12 13 14 15 16

17 18 19 20 21 22 23 24

25 26 27 28 29 30 31 32

33 34 35 36 37 38 39 40

41 42 43 44 45 54 46 47

49 50 51 52 0 53 56 48

57 58 59 60 61 62 55 63

1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12 13 14 15 16

17 18 19 20 21 22 23 24

25 26 27 28 29 30 31 32

33 34 35 36 37 38 39 40

41 42 43 44 45 54 46 47

49 50 51 52 53 0 56 48

57 58 59 60 61 62 55 63

1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12 13 14 15 16

17 18 19 20 21 22 23 24

25 26 27 28 29 30 31 32

33 34 35 36 37 38 39 40

41 42 43 44 45 0 46 47

49 50 51 52 53 54 56 48

57 58 59 60 61 62 55 63

1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12 13 14 15 16

17 18 19 20 21 22 23 24

25 26 27 28 29 30 31 32

33 34 35 36 37 38 39 40

41 42 43 44 45 46 0 47

49 50 51 52 53 54 56 48

57 58 59 60 61 62 55 63

1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12 13 14 15 16

17 18 19 20 21 22 23 24

25 26 27 28 29 30 31 32

33 34 35 36 37 38 39 40

41 42 43 44 45 46 47 0

49 50 51 52 53 54 56 48

57 58 59 60 61 62 55 63

1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12 13 14 15 16

17 18 19 20 21 22 23 24

25 26 27 28 29 30 31 32

33 34 35 36 37 38 39 40

41 42 43 44 45 46 47 48

49 50 51 52 53 54 56 0

57 58 59 60 61 62 55 63

1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12 13 14 15 16

17 18 19 20 21 22 23 24

25 26 27 28 29 30 31 32

33 34 35 36 37 38 39 40

41 42 43 44 45 46 47 48

49 50 51 52 53 54 0 56

57 58 59 60 61 62 55 63

1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12 13 14 15 16

17 18 19 20 21 22 23 24

25 26 27 28 29 30 31 32

33 34 35 36 37 38 39 40

41 42 43 44 45 46 47 48

49 50 51 52 53 54 55 56

57 58 59 60 61 62 0 63

1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12 13 14 15 16

17 18 19 20 21 22 23 24

25 26 27 28 29 30 31 32

33 34 35 36 37 38 39 40

41 42 43 44 45 46 47 48

49 50 51 52 53 54 55 56

57 58 59 60 61 62 63 0

number of steps:52